

2015 年度 修士論文要旨

絶対値補間の標本点の設定について

-スプライン関数系における MR 標本点列となる条件の考察-

関西学院大学大学院 理工学研究科

数理科学専攻 北原研究室 金時 直矢

与えられた有限個のデータ点をすべて通るような多項式で、想定される関数のデータ点以外での関数値を推測することを多項式補間という。多項式補間は相異なる標本点列が与えられたときに可能で、この標本点列の取り方によって補間多項式に余分な振動を生じさせる場合がある。ルンゲの現象などが代表的な例である。これは関数 $\frac{1}{1+25x^2}$ のグラフ上の点をデータ点として多項式補間を考える際に、標本点列を -1 から 1 までに等間隔にとることで補間多項式に余分な振動が生じる現象である。標本点列をチェビシェフ多項式の零点や絶対値が 1 となる点とすると、多項式補間を考える際に良い近似結果を得られることが知られている。

そこで、北原研究室では 1970 年に Micchelli と Rivlin が問題を提起し、1974 年に DeVore がその問題の証明を与えた定理を基にして、与えられた関数系において補間関数の余分な振動が少なくなる標本点列を MR 標本点列と定義した。そして、多項式の関数系において MR 標本点列となる標本点列の条件について研究している。先行研究では 4 次までの多項式の関数系において条件つきではあるが、MR 標本点列となる場合が調べられている。

本研究では関数系をスプライン関数系に置き換えた場合に、標本点列が MR 標本点列となる条件を調べた。スプライン関数とは区分的に連続な関数を区間の端点で連続となるように繋ぎ合わせたものである。このことについて、標本点が節点に一致するようにしたとき、1 次スプライン関数系の場合は任意の標本点列が MR 標本点列となり、2 次スプライン関数系の場合は標本点 (節点) がある条件を満たすときに MR 標本点列となることが分かった。また、等間隔な標本点列はこの条件を満たさず、標本点が 4 個以上の場合に、MR 標本点列でないことを示す具体的な反例を示した。さらに、主な結果として、2 次の場合に節点を等間隔にとり、標本点を隣り合う節点の中点にとると、その標本点列は MR 標本点列となることを証明した。